Classe : TES 1 Le 22/09/2003

## Mathématiques - évaluation

**Exercice 1:** Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par : $f(x) = \dfrac{2x^2 - x + 3}{x - 2}$.
On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction $f$ dans un repère orthogonal.

1. Déterminer $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}} f(x)$.
   Donner une interprétation graphique du résultat.
2. Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - (2x + 3)] = 0$.
   Donner une interprétation graphique du résultat.

**Exercice 2:** Soit $g$ la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{3}{2}\right\}$ par : $g(x) = \dfrac{4x^2 - 8x + 1}{2x - 3}$.
On note $\mathcal{C}_g$ la courbe représentative de la fonction $g$ dans un repère orthogonal.

1. Déterminer la réels $a$, $b$ et $c$ tels que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{3}{2}\right\}$,
   $g(x) = ax + b + \dfrac{c}{2x - 3}$.
2. Montrer que la droite $\Delta$ d'équation $y = 2x - 1$ est asymptote à $\mathcal{C}_g$ en $+\infty$.

Correction :

**Exercice 1:** $f$ est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par : $f(x) = \dfrac{2x^2 - x + 3}{x - 2}$.

1. $\lim\limits_{x\to 2} 2x^2 - x + 3 = 9$
   et $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} x - 2 = 0^+$ d'où $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} f(x) = +\infty$
   $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}} x - 2 = 0^-$ d'où $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}} f(x) = -\infty$
   Donc la droite d'équation $x = 2$ est asymptote à $\mathcal{C}$.
2. $$f(x) - (2x + 3) = \frac{2x^2 - x + 3}{x - 2} - \frac{(2x + 3)(x - 2)}{x - 2}$$
   $$= \frac{2x^2 - x + 3 - 2x^2 + 4x - 3x + 6}{x - 2} = \frac{9}{x - 2}$$
   or $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{9}{x - 2} = 0$ d'où $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - (2x + 3) = 0$
   et la droite d'équation $y = 2x + 3$ est asymptote à $\mathcal{C}$ en $+\infty$.

**Exercice 2:** $g$ est la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{3}{2}\right\}$ par : $g(x) = \dfrac{4x^2 - 8x + 1}{2x - 3}$.

1. $$ax + b + \frac{c}{2x - 3} = \frac{ax(2x - 3)}{2x - 3} + \frac{b(2x - 3)}{2x - 3} + \frac{c}{2x - 3}$$
   $$= \frac{2ax^2 - 3ax + 2bx - 3b + c}{2x - 3} = \frac{2ax^2 + (2b - 3a)x - 3b + c}{2x - 3}.$$
   On a alors $\begin{cases} 2a = 4 \\ 2b - 3a = -8 \\ -3b + c = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ c = -2 \end{cases}$
   Donc $g(x) = 2x - 1 - \dfrac{2}{2x - 3}$.
2. $g(x) - (2x - 1) = -\dfrac{2}{2x - 3}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} -\dfrac{2}{2x - 3} = 0$
   Donc la droite d'équation $y = 2x - 1$ est asymptote à $\mathcal{C}$ en $+\infty$.

.