

Tle ES	Problème	Etrangers gr1 98 ES
--------	----------	---------------------

Les objectifs de ce problème sont l'étude d'une fonction et le tracé de sa courbe représentative (partie B), s'appuyant sur l'étude du signe d'une fonction auxiliaire (partie A).

Partie A

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = x - 5 + 5\ln x$.

- 1°) Etudier le sens de variation de g (ne pas étudier les limites).
- 2°) a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ a une solution unique dans l'intervalle $[1 ; 7]$. On note α cette solution.
b) Déterminer la valeur décimale arrondie au centième de α .
- 3°) Etudier le signe de $g(x)$, pour x appartenant à $]0 ; +\infty[$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{(x-5)\ln x}{x}$.

On peut donc aussi écrire : $f(x) = \frac{1}{x}(x-5)\ln x$ et $f(x) = \ln x - \frac{5\ln x}{x}$.

- 1°) a) Déterminer la limite de f en 0.
Interprétez graphiquement ce résultat.
b) Déterminer la limite de f en $+\infty$.
- 2°) a) Soit f' la fonction dérivée de f . Calculer $f'(x)$.
b) Montrer que $f'(x)$ et $g(x)$ ont le même signe.
c) Dresser le tableau de variation de la fonction f .
- 3°) On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
a) Soit A le point de la courbe (C) d'abscisse 1.
Donner une équation de la droite D, tangente en A à la courbe (C).
Déterminer les coordonnées du point d'intersection de D et de l'axe des ordonnées.
b) Tracer D et (C) (Unités graphiques : 2cm).

Tle ES	Problème	Etrangers gr1 98 ES
--------	----------	---------------------

Les objectifs de ce problème sont l'étude d'une fonction et le tracé de sa courbe représentative (partie B), s'appuyant sur l'étude du signe d'une fonction auxiliaire (partie A).

Partie A

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = x - 5 + 5\ln x$.

- 4°) Etudier le sens de variation de g (ne pas étudier les limites).
- 5°) a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ a une solution unique dans l'intervalle $[1 ; 7]$. On note α cette solution.
b) Déterminer la valeur décimale arrondie au centième de α .
- 6°) Etudier le signe de $g(x)$, pour x appartenant à $]0 ; +\infty[$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{(x-5)\ln x}{x}$.

On peut donc aussi écrire : $f(x) = \frac{1}{x}(x-5)\ln x$ et $f(x) = \ln x - \frac{5\ln x}{x}$.

- 4°) a) Déterminer la limite de f en 0.
Interprétez graphiquement ce résultat.
b) Déterminer la limite de f en $+\infty$.
- 5°) a) Soit f' la fonction dérivée de f . Calculer $f'(x)$.
b) Montrer que $f'(x)$ et $g(x)$ ont le même signe.
c) Dresser le tableau de variation de la fonction f .
- 6°) On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
a) Soit A le point de la courbe (C) d'abscisse 1.
Donner une équation de la droite D, tangente en A à la courbe (C).
Déterminer les coordonnées du point d'intersection de D et de l'axe des ordonnées.
b) Tracer D et (C) (Unités graphiques : 2cm).