

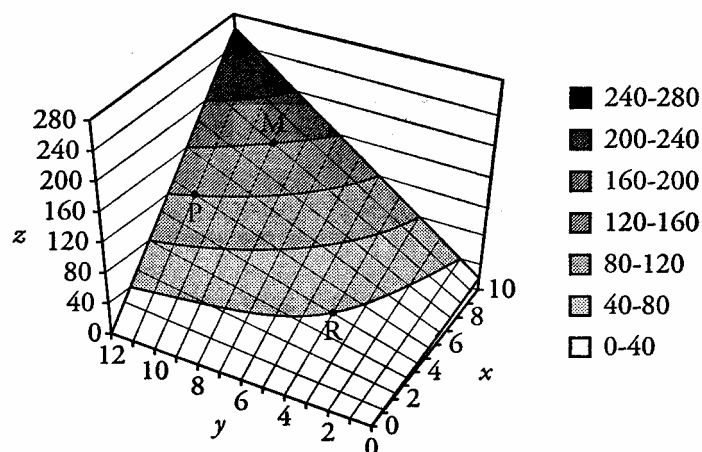
MATHEMATIQUES

Contrôle N°7

➤ Exercice 1 (10 points)

Soit f la fonction définie pour tout réel x élément de $[0; 10]$ et pour tout réel y élément de $[0; 12]$ par : $f(x, y) = 2x(y + 1)$.

On donne ci-dessous la représentation graphique de la surface $z = f(x, y)$ dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.



Pour financer un projet humanitaire, les adhérents d'une association décident de fabriquer des cartes de vœux. Pour produire une quantité z de paquets de cartes, ils utilisent x décilitres d'encre A et y décilitres d'encre B.

On admet que x , y et z sont liés par la relation : $z = 2x(y + 1)$, où x est un nombre entier compris entre 0 et 10, et y un nombre entier compris entre 0 et 12. Dans tout l'exercice, les quantités d'encre seront exprimées en décilitres.

Partie A

1 a. Combien de paquets de cartes peut-on fabriquer avec 7 décilitres d'encre A et 8 décilitres d'encre B ?

b. Donner la quantité d'encre A, la quantité d'encre B, et le nombre de paquets de cartes associés respectivement aux points M, P et R à coordonnées entières, de la surface donnée ci-dessous.

2. Quelle est la nature de la section de la surface par le plan d'équation $x = 4$, parallèle au plan $(O; \vec{j}, \vec{k})$? Justifier la réponse.

Partie B

Le prix d'un décilitre d'encre A est 6 € et celui d'un décilitre d'encre B est 2 €. L'association décide d'investir 46 € dans l'achat des encres.

1. Donner la relation entre les quantités x et y d'encres A et B achetées pour un montant de 46 €.
2. Montrer alors que $z = -6x^2 + 48x$.
3. a. Quelle quantité d'encre A l'association achètera-t-elle pour fabriquer le maximum de paquets de cartes ?
b. Combien de paquets de cartes seront alors fabriqués ?
c. Quelle quantité d'encre B sera alors utilisée ?

➤ Exercice 2 (10 points)

Dans une entreprise, on installe un nouvel atelier. Pendant la période de « mise en route », la production le $n^{\text{ième}}$ jour (n , entier naturel non nul) est donnée par :

$$U_n = 80 - 27e^{-0,1n} \text{ unités.}$$

1. Montrer que la suite (U_n) est strictement croissante.
2. Au bout de combien de jours la production dépassera-t-elle les 72 unités ?
3. On pose : $V_n = e^{-0,1n}$ (n , entier naturel non nul).
a. Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison, le terme général et la limite.
b. Calculer $S = V_1 + V_2 + \dots + V_{12}$.
4. À la suite d'une avarie, l'atelier doit être arrêté après 12 jours de fonctionnement.
a. Quelle est la production totale obtenue pendant cette période ?
b. Donner une valeur arrondie à l'unité.