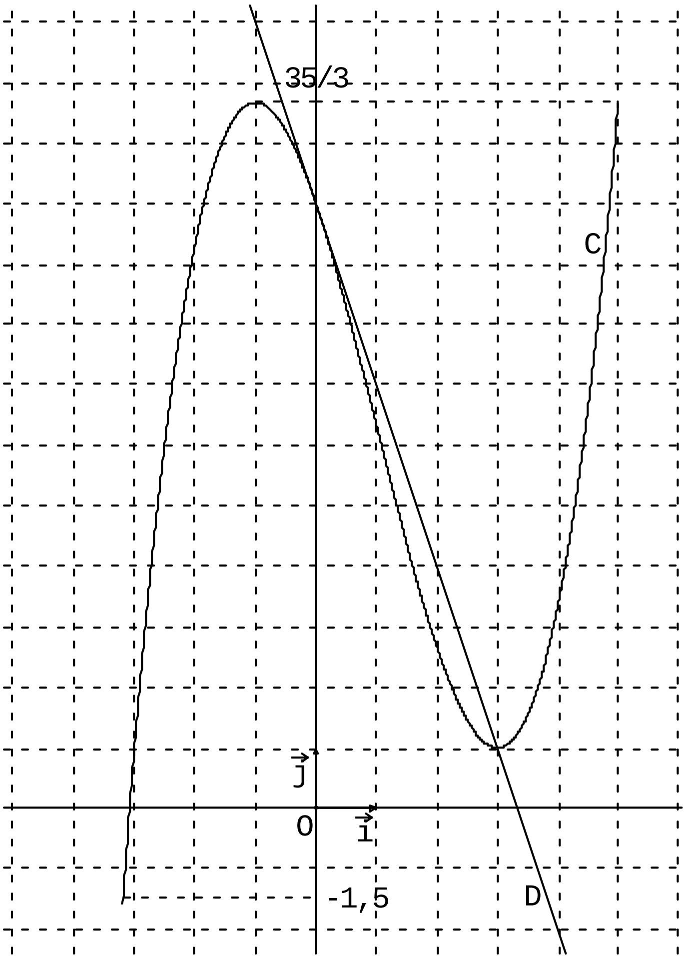
T ES3 **Contrôle de mathématiques N° 2** **Mardi 19 novembre 2002**

Tronc commun *Durée : 3 heures*



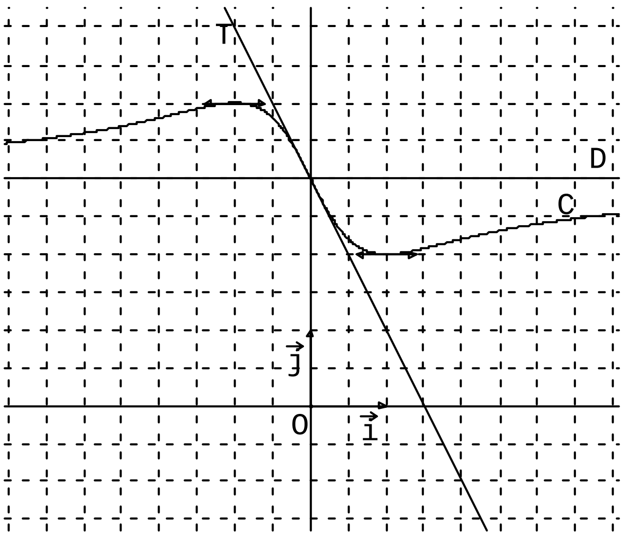
Exercice N° 1. : (6 points)

Le dessin ci-contre représente la courbe (C) représentative d'une fonction f sur l'intervalle [-3,2 ; 5].
La droite (D) est tangente à (C) au point d'abscisse 0.

1. Déterminer une équation de (D).
2. Résoudre dans [-3,2 ; 5] les équations :
   a) f(x) = 1
   b) f '(x) = 0
3. Dresser le tableau de variations de f sur [-3,2 ; 5].
4. On suppose que $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 10$
   Etudier les variations de f dans l'intervalle [–4 ; –3].
5. En déduire que l'équation f(x) = 0 admet une solution unique α dans [–4 ; –3].
6. Trouver un encadrement d'amplitude 10^{-2} de α.

Exercice N° 2. : (6 points)

L'unité est le centimètre. Dans le repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$ ci-dessous, la courbe C représente une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
T est la tangente à C au point d'abscisse 0. Les extremums de f sont obtenus pour x = –1 et pour x = 1. La droite D est asymptote à C en $-\infty$ et en $+\infty$.



1. Donner, à l'aide du graphique, les valeurs :
   f(–1), f(0), f(1), f'(–1), f'(0) et f'(1).
2. Quelles sont les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$?
3. Dresser le tableau de variations de f en indiquant le signe de f' sur $\mathbb{R}$.
4. Donner une équation de la droite T.
5. On considère la fonction g inverse de la fonction f.
   a. Déterminer g(–1), g(0) et g(1)
   b. Déterminer g'(–1), g'(0) et g'(1)..
6. Déterminer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
7. Dresser le tableau de variations de g sur $\mathbb{R}$.
8. Déterminer une équation de la droite Δ , tangente à la courbe G représentative de g au point d'abscisse 0.

Exercice N° 3. : (8 points)

Soit f une fonction définie sur $]1;+\infty[$. On donne ci-dessous son tableau de variations.

x	1		3		$+\infty$
f'	‖	$-$	0	$+$	
f	‖ $+\infty$	$\searrow$	2,5	$\nearrow$	$+\infty$

De plus on admet que, pour tout x élément de $]1;+\infty[$, f(x) peut s'écrire sous la forme $f(x) = ax + \dfrac{b}{x-c}$, où a, b et c sont trois réels (avec a et b non nuls) que l'on se propose de déterminer à partir d'indications fournies par le tableau de variations de f.
On appelle *C* la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

1. Quel est le nombre de solutions dans $]1;+\infty[$ de l'équation f(x) = 3 ? Expliquer.
2. a. Utiliser le tableau de variations pour justifier l'existence d'une droite D asymptote à *C*. Donner une équation de D.
   b. En déduire la valeur de c.
3. A partir de cette question, on suppose que c = 1.
   a. Calculer f '(x) en fonction de a et de b.
   b. A l'aide du tableau, trouver deux relations entre a et b. Calculer alors a et b.
4. A partir de cette question, on suppose que $f(x) = \dfrac{x}{2} + \dfrac{2}{x-1}$.

   Montrer que la droite D' d'équation $y = \dfrac{x}{2}$ est asymptote à *C*.
5. Résoudre dans $]1;+\infty[$ l'équation f(x) = 3.
6. a. Calculer f '(x).
   b. Déterminer une équation de la droite T, tangente à *C* au point d'abscisse 2
7. Tracer D, D' et *C*.
