Classe : TES1 A rendre le 15/10/2002

MATHEMATIQUES

Devoir maison

Partie A

Soit g la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $g(x) = x^3 - 1200x - 100$.

1. Déterminer la limite de g en $+\infty$.

Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.

2. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[20 ; 40]$. Donner en justifiant une valeur approchée de α à l'unité près.

3. En déduire le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = x + 50 + \dfrac{1200x + 50}{x^2}$.

On appelle $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ (on prendra 1 cm pour 5 en abscisse et 1 cm pour 20 en ordonnée).

1. Déterminer la limite de f en 0 et en $+\infty$.

2. Montrer que, pour tout x de $]0 ; +\infty[$, on a :

$f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$, où g est la fonction définie dans la partie A.

3. Etudier les variations de f.

4. Montrer que la droite D d'équation $y = x + 50$ est asymptote à la courbe $\mathcal{C}$.

5. Construire $\mathcal{C}$ et D sur le même graphique.

6. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 130$. On donnera les valeurs approchées des solutions à l'unité près.

Partie C

Le coût total de fabrication d'une quantité x d'un produit, exprimée en centaines d'unités, est défini sur $]0 ; 100[$ par : $C(x) = \dfrac{x^3 + 50x^2 + 1200x + 50}{x}$.

$C(x)$ étant exprimé en centaines d'euros. Le coût moyen de fabrication par centaine d'objets est donc défini par $C_M(x) = \dfrac{C(x)}{x}$.

1. Déterminer la quantité d'objets, à la centaine près, à fabriquer pour avoir un coût moyen minimum.

2. On suppose que le prix de vente d'une centaine d'objets est égal à 13 000 euros. Déterminer graphiquement, à la centaine près, le nombre minimum et le nombre maximum d'objets que l'entreprise doit fabriquer pour être rentable.

Classe : TES1 A rendre le 15/10/2002

MATHEMATIQUES

Devoir maison

Partie A

Soit g la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $g(x) = x^3 - 1200x - 100$.

1. Déterminer la limite de g en $+\infty$.

Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.

2. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[20 ; 40]$. Donner en justifiant une valeur approchée de α à l'unité près.

3. En déduire le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = x + 50 + \dfrac{1200x + 50}{x^2}$.

On appelle $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ (on prendra 1 cm pour 5 en abscisse et 1 cm pour 20 en ordonnée).

1. Déterminer la limite de f en 0 et en $+\infty$.

2. Montrer que, pour tout x de $]0 ; +\infty[$, on a :

$f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$, où g est la fonction définie dans la partie A.

3. Etudier les variations de f.

4. Montrer que la droite D d'équation $y = x + 50$ est asymptote à la courbe $\mathcal{C}$.

5. Construire $\mathcal{C}$ et D sur le même graphique.

6. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 130$. On donnera les valeurs approchées des solutions à l'unité près.

Partie C

Le coût total de fabrication d'une quantité x d'un produit, exprimée en centaines d'unités, est défini sur $]0 ; 100[$ par : $C(x) = \dfrac{x^3 + 50x^2 + 1200x + 50}{x}$.

$C(x)$ étant exprimé en centaines d'euros. Le coût moyen de fabrication par centaine d'objets est donc défini par $C_M(x) = \dfrac{C(x)}{x}$.

1. Déterminer la quantité d'objets, à la centaine près, à fabriquer pour avoir un coût moyen minimum.

2. On suppose que le prix de vente d'une centaine d'objets est égal à 13 000 euros. Déterminer graphiquement, à la centaine près, le nombre minimum et le nombre maximum d'objets que l'entreprise doit fabriquer pour être rentable.